

## O Annuity Puzzle no Regime de Previdência Complementar Brasileiro

### Autoria

Rodrigo Luz e Silva - rodrigo.luz.e.silva@uol.com.br

Curso de Pós-Grad em Controlad e Contab/Facul de Economia, Admin e Contab – PPGCC/FEA / USP - Universidade de São Paulo

Luís Eduardo Afonso - lafonso@usp.br

Curso de Pós-Grad em Controlad e Contab/Facul de Economia, Admin e Contab – PPGCC/FEA / USP - Universidade de São Paulo

### Resumo

Este trabalho objetiva analisar o Annuity Puzzle no escopo do Regime de Previdência Complementar (RPC). A motivação está ligada ao fato de poucos indivíduos optarem por se aposentar com benefícios vitalícios, contrariando o preconizado pela teoria econômica. Com esse intuito, este trabalho analisou as anuidades vitalícias ofertadas pelas entidades brasileiras de previdência complementar sob a ótica do indicador previdenciário Money's Worth Ratio (MWR), calculado com base em distribuições de probabilidade parametrizadas por variáveis relevantes. A distribuição de Gompertz foi utilizada para simular o comportamento de sobrevivência da população, a partir de parâmetros calculados com base na tábua de mortalidade AT2000. O MWR é influenciado por fatores como sexo, idade de aposentadoria, tábua de mortalidade e taxa de juros, destacando-se a relevância destas duas últimas. As anuidades ofertadas no RPC tendem a apresentar MWR médio inferior à unidade, sugerindo a necessidade de aprimoramentos na evidenciação dos aspectos securitários das anuidades. O uso do MWR pode reduzir a complexidade envolvida na avaliação das anuidades vitalícias, de maneira que o indivíduo possa tomar decisões adequadas quanto à aposentadoria, protegendo-se do risco de longevidade e suavizando seu consumo ao longo do tempo.

## O *Annuity Puzzle* no Regime de Previdência Complementar Brasileiro

### Resumo

Este trabalho objetiva analisar o *Annuity Puzzle* no escopo do Regime de Previdência Complementar (RPC). A motivação está ligada ao fato de poucos indivíduos optarem por se aposentar com benefícios vitalícios, contrariando o preconizado pela teoria econômica. Com esse intuito, este trabalho analisou as anuidades vitalícias ofertadas pelas entidades brasileiras de previdência complementar sob a ótica do indicador previdenciário *Money's Worth Ratio* (*MWR*), calculado com base em distribuições de probabilidade parametrizadas por variáveis relevantes. A distribuição de Gompertz foi utilizada para simular o comportamento de sobrevivência da população, a partir de parâmetros calculados com base na tábua de mortalidade AT2000. O *MWR* é influenciado por fatores como sexo, idade de aposentadoria, tábua de mortalidade e taxa de juros, destacando-se a relevância destas duas últimas. As anuidades ofertadas no RPC tendem a apresentar *MWR* médio inferior à unidade, sugerindo a necessidade de aprimoramentos na evidenciação dos aspectos securitários das anuidades. O uso do *MWR* pode reduzir a complexidade envolvida na avaliação das anuidades vitalícias, de maneira que o indivíduo possa tomar decisões adequadas quanto à aposentadoria, protegendo-se do risco de longevidade e suavizando seu consumo ao longo do tempo.

### Palavras-Chave

*Annuity Puzzle*, Anuidades Vitalícias, Distribuição de Gompertz, *Money's Worth Ratio*, Regime de Previdência Complementar.

### 1. Introdução

De acordo com o Ministério da Economia (2020b), entre 2011 e 2019 a população atendida pelo Regime de Previdência Complementar (RPC) cresceu por volta de 38%, passando de 12 milhões para 16,5 milhões de pessoas (cerca de 8% da população brasileira). Os planos abertos (que atendiam a uma população de nove milhões) apresentaram crescimento próximo a 45%, passando a abranger em torno de 13 milhões. Destes, por volta de 65 mil encontravam-se na condição de aposentados ou pensionistas (assistidos). Os fechados tiveram um crescimento por volta de 17%, passando esse segmento a abarcar 3,5 milhões de pessoas, das quais aproximadamente 850 mil encontravam-se na qualidade de assistidos. As Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPCs), responsáveis pelos planos abertos, apresentaram no período um crescimento de 248% em seus ativos, passando de R\$ 290 bilhões para cerca de R\$ 1,01 trilhão. Já nas Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs), responsáveis pelos planos fechados, o crescimento foi de 65%, indo de R\$ 600 bilhões para cerca de R\$ 990 bilhões. Os benefícios pagos, por sua vez, totalizaram R\$ 67 bilhões em 2019 (0,9% do Produto Interno Bruto - PIB), sendo 95% nas EFPCs.

Merece destaque o fato de que 94% das pessoas atendidas por esse regime encontram-se na fase de acumulação. Diante dos 30,9 milhões de benefícios emitidos pelo Regime Geral de Previdência Social (RGPS) em dezembro de 2019 (Ministério da Economia, 2020a), fica evidente que a participação do RPC enquanto fonte de renda complementar ainda é incipiente. Mesmo diante desse panorama, entretanto, a fase de percepção de benefícios tem sido pouco abordada na literatura nacional, a qual se concentra em analisar impactos legais, aspectos setoriais e o desempenho de fundos (Campani, Costa, Martins, & Azambuja, 2020). Em contraste, a situação observada na literatura internacional é distinta. Alexandrova e Gatzert (2019) relatam terem encontrado 282 artigos sobre decisões ligadas às anuidades. São muitas as evidências da existência do *Annuity Puzzle*. Essa é a situação em que os indivíduos optam por benefícios não vitalícios, contrariando o preconizado pela teoria econômica que embasa a escolha por benefícios vitalícios.

Tendo esse quadro como motivação, este trabalho objetiva analisar elementos do *Annuity Puzzle* no âmbito do RPC, com base nas evidências da literatura internacional e

incorporando as especificidades da previdência complementar no Brasil. Para essa abordagem, este artigo apresenta, a partir de simulações computacionais estruturadas com modelagem atuarial, estimativas sobre a justiça atuarial das anuidades vitalícias oferecidas no RPC, com o empregado do indicador previdenciário *Money's Worth Ratio (MWR)*.

Este trabalho está dividido em cinco seções, incluindo esta breve introdução. A segunda seção traz o referencial teórico sobre previdência complementar, bem como algumas evidências sobre o *Annuity Puzzle*. Também são apresentadas as principais especificidades do RPC no Brasil. A terceira seção descreve a metodologia utilizada. A quarta seção reporta os resultados obtidos. A última seção traz as considerações finais.

## **2. Fundamentação teórica e literatura empírica**

### **2.1. Fundamentação Teórica**

Segundo o clássico trabalho de Yaari (1965), dada a incerteza sobre duração da vida, a melhor alternativa seria a contratação de uma anuidade vitalícia. Este produto seria preferível aos investimentos tradicionais em razão do chamado *Mortality Premium*, pelo qual os mais longevos serão subsidiados por aqueles que vierem a falecer prematuramente. São importantes suposições no modelo a inexistência de razões para deixar herança (*bequest motive*) e a existência de uma taxa de juros atuarialmente justa. Este resultado é corroborado por Modigliani (1986) que destaca que as anuidades vitalícias dissipam o risco de cessação da renda com o indivíduo ainda em vida. Desta forma, proporcionam tanto incrementos de consumo quanto mitigação de riscos, bem como reduzem a complexa tarefa de estimar um percentual de retirada (*drawdown rate*) ótimo e conferem maior previsibilidade quanto à restrição orçamentária individual (Benartzi et al., 2011).

Entretanto, Modigliani (1986) também chamou a atenção para a existência de um *Annuity Puzzle*. As anuidades vitalícias eram extremamente raras, configurando uma discrepância observada entre os resultados esperados com base no modelo teórico e as evidências empíricas.

Diversos autores procuraram entender os motivos desta dicotomia. Um possível motivo estaria nas premissas bastante restritivas do modelo de Yaari (1965). Davidoff, Brown e Diamond (2005) mostram que os resultados são válidos, mesmo não havendo anuidades atuarialmente justas ou funções de utilidade que obedeçam aos axiomas de Von Neumann e Morgenstern (1947). No caso dos mercados incompletos, a anuitização seria a alternativa ótima na situação de *mismatch* entre a trajetória de consumo e a alternativa de renda do mercado de anuidades. Sutcliffe (2015) faz uma abrangente revisão da literatura para entender os possíveis motivos do quebra-cabeça. O autor mostra que o *puzzle* poderia ser reduzido por meio da replicação das anuidades por meio de apólices de seguro de vida e dívida.

Apesar de tais esforços, modelos de ciclo de vida não parecem ser capazes de proporcionar explicações consistentes sobre o *Annuity Puzzle*. Talvez por este motivo, a literatura para ter se inclinado na direção da economia comportamental, conforme apontam Davidoff et al. (2005). Elementos como aversão ao risco (Hu & Scott, 2007), complexidade das anuidades (Brown, Kapteyn, Luttmer, & Mitchell, 2013), miopia (Previtro, 2014) e finitude (Salisbury & Nenkov, 2016) são alguns dos aspectos incorporados à literatura.

### **2.2. Literatura Empírica**

A revisão sistemática da literatura de Alexandrova e Gatzert (2019), ao analisarem 89 artigos afetos ao *Annuity Puzzle*, relacionaram apenas 17 deles como predominantemente empíricos. Este número, surpreendentemente baixo, é uma evidência da dificuldade em ter acesso a bases de dados observacionais reais, que permitiriam tratar de forma mais adequada das escolhas feitas. Alguns desses trabalhos abrangem planos complementares de caráter obrigatório, inseridos no escopo do chamado *Pilar 2* (Holzmann, Paul, & Dorfman, 2008).

Diante dessa restrição, autores recorreram a simulações computacionais baseadas em modelos teóricos. Dus, Maurer e Mitchell (2005), empregando dados da Alemanha, concluíram que o adiamento da anuitização poderia otimizar o fluxo de benefícios e minimizar o risco de esgotamento dos recursos. Horneff, Maurer, Mitchell e Dus (2008), por sua vez, em uma simulação com base em dados dos EUA, concluíram que um indivíduo com moderada aversão a risco provavelmente escolheria por anuitizar 60% de seus ativos. Já De Villiers-Strydom e Krige (2014), em uma simulação a partir de dados da África do Sul, concluíram que o melhor resultado seria obtido no caso da não anuitização. Por fim, Chalmers e Reuter (2012) e Previtero (2014), também com base em dados dos Estados Unidos, concluíram que altas nos retornos do mercado acionário tenderiam a elevar a probabilidade de o indivíduo optar por um pagamento em parcela única (*lump sum*), estando a intensidade de tal movimento associada ao quão atuarialmente justa seria a anuidade disponível.

Progressivamente, mais pesquisadores começaram a estudar o *Annuity Puzzle* a partir do arcabouço da economia comportamental. Um exemplo é Bütler e Teppa (2007), que ao empregarem registros administrativos de planos de previdência da Suíça, encontraram poucas evidências do *bequest motive* sobre a decisão de anuitização, mas identificaram que os *defaults* podem ter papel importante na aquisição de um produto vitalício. A importância dos *defaults* também é tratada por Poterba, Venti e Wise (2011), os quais destacam que, dada a complexidade das escolhas envolvidas no planejamento da aposentadoria, muitos indivíduos tendem a acompanhar a opção padrão do plano.

Já Goedde-Menke, Lehmsiek-Starke e Nolte (2014) concluem que o *bequest motive* teria influência negativa na decisão de anuitização. Shu, Zeithammer e Payne (2016) ressaltam a relevância do efeito de enquadramento (*framing effect*) na atratividade das anuidades. Por fim, Schreiber e Weber (2016) chamam a atenção para a inconsistência das escolhas intertemporais, pela qual a preferência de um indivíduo quando de seu ingresso no plano pode ser dissonante de sua escolha quando da aposentadoria. Isto deve estar associado ao desconto hiperbólico empregado pelos agentes.

Esta breve revisão da literatura fornece algumas evidências de que o *annuity puzzle* continua uma relevante questão em aberto. E que o tema tem sido abordado com diversidade de métodos e fundamentações teóricas.

### **2.3. O Regime de Previdência Complementar no Brasil**

Dentro do *Pilar 3* (Holzmann et al., 2008), o RPC brasileiro é regido pela Lei Complementar nº 109/2001, sendo constituído por entidades abertas (EAPC) e fechadas (EFPC), responsáveis por administrar planos de benefícios previdenciários. Os planos administrados por estas entidades são classificados de acordo com a relação existente entre contribuições e benefícios. A legislação brasileira define três modalidades: Benefício Definido (*BD*), Contribuição Definida (*CD*) e Contribuição Variável (*CV*).

De acordo com as definições apresentadas por Barr e Diamond (2006), as modalidades *CD* e *CV* encontram-se englobadas no Regime de Contribuição Definida (*Defined-Contribution Scheme*), dado que o valor dos benefícios programados encontra-se atrelado aos recursos acumulados pelo participante. Na forma pura desse regime (*Pure DC Scheme*) e na modalidade *CD*, contudo, os benefícios programados não são vitalícios, de maneira que a sua duração ou é preestabelecida (tipicamente em EAPC) ou é condicionada ao saldo da Provisão Matemática de Benefícios Concedidos (*PMBC* – exclusivamente em EFPC).

Em oposição, na modalidade *CV* os benefícios programados são vitalícios, havendo ainda anuidades cujos pagamentos não se encerram com o óbito do indivíduo, seja por haver um período mínimo garantido, seja por não serem individuais, abarcando o cônjuge ou mesmo familiares com relação de dependência econômica. A respeito destas, Chalmers e Reuter (2012) sugerem que embora possam ser mais vantajosas do que as anuidades individuais, estão ligadas a escolhas condicionais à composição familiar, o que limita sua

comparabilidade. Já a respeito das anuidades garantidas, Hu e Scott (2007) mencionam que, de acordo com a Teoria do Prospecto Cumulativa (Tversky & Kahneman, 1992), essas anuidades seriam mais atrativas (ainda que mais caras) ao indivíduo que, sendo avesso a risco, superestimaria a probabilidade de falecer brevemente.

#### 2.4. *Annuity Puzzle* no Brasil?

Benartzi et al. (2011) observam que o *Annuity Puzzle* pode decorrer não apenas de preferências pessoais ou vieses cognitivos, mas também de como as anuidades vitalícias são ofertadas, não sendo incomum que essa opção sequer conste no rol disponibilizado pela entidade. Nesse sentido, tendo em vista a importância da conformação do mercado, este trabalho realizou uma análise documental abrangendo as demonstrações atuariais, relatórios anuais e regulamentos de 128 planos administrados por 27 das 30 maiores EFPCs pelo critério de investimentos, conforme divulgado em ranking da Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP) de novembro de 2019. Essas EFPCs respondem por aproximadamente 71,5% de um total de R\$ 922,7 bilhões investidos.

De acordo com o Ministério da Economia (2020b), em agosto de 2020 havia 794 planos classificados ou como *CD* ou como *CV*. Essa última modalidade correspondia a 42,2% do total (335 planos), dos quais se analisaram 62. Destes, em 38 (61,3%) havia a possibilidade de escolha por benefício *CD*. Ao seu turno, dentre os outros 66 planos analisados, classificados como *CD*, apenas três (4,5%) possibilitariam a escolha, a partir da transferência dos ativos garantidores para outra entidade de previdência, por benefício *CV*. Destarte, dentre os 128 planos analisados, em 87 (68%) não haveria a possibilidade de escolha entre benefícios de naturezas distintas.

Esses números sugerem que, ao menos em EFPCs, o portfólio oferecido não privilegia a escolha por parte do participante, havendo por vezes empecilhos à contratação de anuidades vitalícias. Contudo, a Lei Complementar nº 109/2001 prevê, além da transferência de ativos garantidores, dois institutos que permitem ao participante, ao menos em tese, ampliar a sua gama de opções. O primeiro é o do Resgate. Essa alternativa, embora possa ser onerada pela incidência do Imposto de Renda, equivale ao *Lump Sum* visto na literatura. Já o segundo é o da Portabilidade, em que o saldo acumulado na Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBaC) pode ser transferido sem ônus para outra entidade de previdência, na qual o indivíduo poderá contratar as opções oferecidas no plano de destino após cumprir as condições regulamentares.

Entretanto, considerando-se os critérios específicos para a admissão de novos participantes em EFPCs, a transferência de ativos garantidores e a portabilidade acabam por remeter, efetivamente, às EAPCs. Sobre elas, Campani et al. (2020), em um estudo contemplando quatro das cinco principais entidades abertas, identificaram que alguns planos oferecem, além de anuidades certas, apenas anuidades temporárias. Tais casos, embora ofereçam opção calculada com base em componente atuarial, não correspondem à oferta de benefícios vitalícios. Além disso, os autores destacam que as entidades abertas analisadas se utilizaram de taxa de juros igual a 0% para o cálculo da renda. Pelo exposto por Yaari (1965) e Milevsky e Young (2007), tais fatos sugerem que as entidades abertas apresentam em suas estratégias institucionais uma postura de aversão ao risco.

Dessa forma, em que pesem os dispositivos da Lei Complementar nº 109/2001, observa-se pelas evidências empíricas que, no âmbito do RPC brasileiro, as anuidades vitalícias apresentam participação acanhada. Conforme apontam Bütler e Teppa (2007), Poterba et al. (2011) e Benartzi et al. (2011), isso sugere que o *default option* do plano apresenta papel predominante para direcionar as escolhas. Conforme elencam Choi, Laibson, Madrian e Metrick (2003, p.180), a importância dos *defaults* é explicada por três motivos: i) o custo do *opt-out* pode ser elevado; ii) este custo pode variar ao longo do tempo e iii) as pessoas são suscetíveis à procrastinação. Diante disso, considerando que o arranjo

regulamentar do plano é capaz de induzir o indivíduo a escolhas sub-ótimas, como descuidar então dos retornos proporcionados pelas anuidades vitalícias se estas, conforme demarcam Davidoff et al. (2005), necessitariam ao menos superar as alternativas não vitalícias? Com isso em vista, para avaliar se há evidências do *Annuity Puzzle* no Brasil, faz-se necessário estimar o quão atuarialmente justas são as anuidades vitalícias oferecidas no RPC. Com esse intuito, este trabalho se propõe a realizar uma avaliação dessas anuidades, com o emprego de um indicador previdenciário. Espera-se dessa forma, por fim, contribuir para a compreensão do *Annuity Puzzle* no Brasil.

### 3. Procedimentos Metodológicos

Este trabalho realiza, por meio de simulações computacionais estruturadas em uma modelagem atuarial, uma análise das anuidades vitalícias disponibilizadas pelas entidades de previdência complementar brasileiras. Os resultados são apresentados na forma do indicador previdenciário *Money's Worth Ratio* (MWR), que mensura a justiça atuarial de anuidades por meio da relação entre o valor presente esperado do fluxo de caixa descontado dos benefícios futuros e o seu respectivo custo de contratação, conforme apresentado por Mitchell et al. (1999), Casassus e Walker (2013) e Lee (2016). Contextualizando os resultados dessa métrica, pelo princípio de equivalência atuarial o valor esperado de MWR será igual a um na hipótese de uma anuidade postecipada atuarialmente justa, caso em que a probabilidade do indivíduo recuperar o valor pago será de aproximadamente 0,5 (Hu & Scott, 2007).

#### 3.1. Modelo de Simulação

O modelo utilizado para a simulação baseia-se na clássica distribuição de Gompertz (1825), amplamente adotada em estudos sobre a análise de sobrevivência. Essa distribuição permite aproximar tábuas biométricas tradicionais a partir de funções contínuas, cujas propriedades são mais convenientes do ponto de vista computacional. A expressão (1) apresenta a força de mortalidade dessa distribuição, sendo  $\alpha$  o parâmetro que indica a força de mortalidade ao nascer e  $\beta$  o parâmetro que indica a taxa de crescimento em função da idade  $x$ . Os valores dos coeficientes podem ser estimados pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (Humes, Melo, Yoshida, & Martins, 1984).

$$\mu(x) = \alpha e^{\beta x} \quad \alpha > 0, \beta \in [0, \infty) \quad (1)$$

Com base nas relações apresentadas por Bowers, Gerber, Hickman, Jones e Nesbitt (1997) e Dickson, Hardy e Waters (2009), e de acordo com o demonstrado por Wilson (1994), Chen (1997) e Wu, Hung e Tsai (2004), a partir da expressão (1) obtém-se a função de sobrevivência, a função densidade de probabilidade e a função distribuição acumulada, apresentadas, respectivamente, nas expressões (2), (3) e (4).

$$S_x(x) = \exp\left(\frac{\alpha}{\beta}(1 - e^{\beta x})\right) \quad (2)$$

$$f_x(x) = \alpha e^{\beta x} \exp\left(-\frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta x} - 1)\right) \quad (3)$$

$$F_x(x) = 1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta x} - 1)\right) \quad (4)$$

Com base em Pishro-Nik (2014), o tempo de vida futuro  $T_0$  de um nascido vivo pode ser obtido de forma aleatória a partir da distribuição uniforme  $u$ , recorrendo-se ao método da transformação inversa. Invertendo-se a função distribuição acumulada dada pela expressão (4), contínua e estritamente crescente no intervalo fechado  $[0,1]$ , obtemos a expressão (5).

$$F_x(x)^{-1} = \frac{\ln\left(\beta \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\ln(1-u)}}{\alpha}\right)}{\beta} \quad U \sim \mathcal{U}(0,1) \quad (5)$$

Aplicando-se a expressão (5) de forma recursiva  $n$  vezes, forma-se uma massa populacional hipotética composta por  $n$  indivíduos, em que a distribuição do tempo de vida futuro é consistente com a função densidade de probabilidade dada pela expressão (3). A partir desta população simulada, podemos segregar os indivíduos aposentáveis ao definirmos a idade de aposentadoria  $x$ , o que, por conseguinte, possibilita a atribuição, a cada um deles, de uma anuidade vitalícia fracionada em 12 pagamentos anuais  $\ddot{a}_x^{(12)}$ . Desta forma, o horizonte do tempo de vida futuro a ser atrelado a cada anuidade corresponderá a  $T_x$ , bastando subtrair de  $T_0$  a idade  $x$  estabelecida. A partir disso, torna-se possível obter o Valor Presente Líquido (VPL) simulado. Assim, com base na anuidade  $\ddot{a}_x^{(12)}$  e no saldo da PMBaC ( $W_0$ ) quando da aposentadoria, o valor da Renda Bruta Anual (RBA), calculado conforme a expressão (6):

$$RBA\left(\ddot{a}_x^{(12)}, W_0\right) = \frac{W_0}{\ddot{a}_x^{(12)}} \quad (6)$$

A partir da RBA e de  $T_x$ , o Fator de Valor Presente (FVP), apresentado por Assaf Neto (2006), permite obter o VPL, com o emprego das equações (7) e (8). O termo  $i$  corresponde à taxa real de juros de longo prazo, para fins de desconto a valor presente.

$$FVP(i, T_x) = \frac{1 - (1+i)^{-T_x}}{i} \quad (7)$$

$$VPL(RBA, FVP) = RBA \times FVP \quad (8)$$

Finalmente, a última etapa corresponde ao cálculo do *Money's Worth Ratio* (MWR) com o emprego da equação (9).

$$MWR(W_0, VPL) = \frac{VPL}{W_0} \quad (9)$$

### 3.2. Premissas Adotadas

Uma anuidade é atuarialmente justa caso o seu cálculo esteja baseado por uma taxa de carregamento  $L$  igual a zero (Milevsky, 1998), força de mortalidade aderente à população (Milevsky & Young, 2007) e taxa real de juros compatível com a média de longo prazo (Milevsky, 2001). Nesse sentido, é imprescindível definir quais serão as premissas adotadas para a população simulada e para o cálculo das anuidades.

Formando o rol de premissas que constituem o cenário atuarialmente justo, no que toca à força de mortalidade, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  requeridos pela distribuição de Gompertz foram calculados de acordo com a tábua de mortalidade geral AT2000, segregada por sexo. Essa escolha baseou-se nas práticas adotadas pelas EFPCs, as quais, por não terem fins lucrativos e por revisarem a adequação das hipóteses biométricas no máximo a cada três anos (Instrução Normativa Previc nº 23/2015), tendem a retratar de forma mais adequada a experiência de mortalidade dos participantes do RPC brasileiro.

Já quanto à taxa real de juros de longo prazo, utilizada para o cálculo do FVP, esta foi considerada como sendo igual a 3% ao ano, independentemente da *Duration* do fluxo de caixa gerado. Essa escolha tem por base uma perspectiva de queda no juro neutro, sustentada no longo prazo por um robustecimento dos fundamentos da economia brasileira. Nesse sentido, conjecturando-se um cenário de estabilidade macroeconômica de longo prazo, essa premissa ancora-se em três pressupostos: i) a taxa real de juros seria estável mesmo diante mudanças conjunturais associadas a ciclos econômicos (Borges & Pessoa, 2019); ii) a taxa real de juros seria compatível com expectativas factíveis de rentabilidade, alocando-se os ativos garantidores em investimentos de baixo risco financeiro (Kimura, 2019); e iii) a taxa real livre de risco poderia ser observada diretamente na economia (International Actuarial Association [IAA], 2013). Dessa forma, a taxa real de juros de longo prazo adotada prima pela estabilidade dos resultados, evitando-se disparidades decorrentes de oscilações conjunturais, tais como as observadas entre 2018 e 2019, ocasião em que a média das Notas do Tesouro Nacional da Série B (NTN-B) com vencimento para 2050 caiu de 5,4% para 3,96% ao ano.

Sobre o cálculo das anuidades, para a força de mortalidade foram utilizados os valores de  $q_x$  (probabilidade de um indivíduo de idade  $x$  falecer até a idade  $x+1$ ) correspondentes às tábuas de mortalidade geral AT2000 e BR-EMSb-2015, segregadas por sexo. Esta escolha teve por base o fato destas tábuas biométricas serem amplamente utilizadas em EFPCs e EAPCs, respectivamente. Já quanto à taxa real de juros de longo prazo, optou-se por apresentar os resultados com base em valores entre 0% e 4,5% ao ano, com incrementos de 1,5 pontos percentuais para os patamares intermediários. A escolha por este intervalo de taxas tem por base as práticas observadas no RPC brasileiro, combinada com a perspectiva de queda no juro neutro. Assim, para balizar o mínimo, levou-se em consideração o uso de taxa igual a zero pelas EAPCs, conforme apontado por Campani et al. (2020). Já para delimitar o máximo, de acordo com o levantamento descrito na Seção 2.4, observou-se que em 2019 as EFPCs adotaram, em média, uma taxa de 4,58% a.a. Em relação à taxa de carregamento, optou-se pela sua não incidência, em decorrência da insuficiência de informações a este respeito no âmbito do RPC. Considerando-se o caráter oneroso dessa taxa, os resultados obtidos a partir desta escolha podem apresentar ligeira superestimação.

As anuidades vitalícias encontram-se fracionadas em 12 parcelas, tendo em vista a prática do mercado brasileiro, em que os benefícios são pagos no início de cada mês. Os valores das anuidades podem ser obtidos a partir de (10), conforme apresentado por Bowers et al. (1997), Milevsky (1998) e Dickson et al. (2009), em que  $L$  é a taxa de carregamento,  $v^t$  é o fator de desconto a valor presente,  ${}_t p_x$  é a probabilidade condicional de um indivíduo de idade  $x$  sobreviver por mais  $t$  anos e  $m$  é o número de parcelas anuais, dado pela periodicidade dos pagamentos. O último termo da equação corresponde ao primeiro termo da aproximação de Woolhouse, método de integração numérica que resulta em uma expansão em série.

$$\ddot{a}_x^{(m)} = (1 + L) \left( \left( \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x \right) - \frac{m-1}{2m} \right) \quad (10)$$

### 3.3. Parametrização da Distribuição de Gompertz

Os coeficientes dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  da distribuição de Gompertz foram estimados a partir do ajustamento da função tabelada dada pelos valores de  ${}_t p_x$  relativos à tábua de mortalidade geral AT2000 (segregada por sexo). Estes valores correspondem à função de sobrevivência dada pela expressão (2), a qual é estritamente decrescente no intervalo fechado  $[0,1]$ , possuindo curva de formato sigmoide. A Tabela 1 apresenta as estatísticas obtidas para esse ajustamento. Para a operacionalização desses cálculos, foi utilizado o método iterativo de Gauss-Newton por meio do pacote *nls2* (*Nonlinear Least Squares with Brute Force*) do software R (versão 4.0.2), obtendo-se uma aproximação dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) após nove iterações, observadas as tolerâncias de  $2,604972 \times 10^{-9}$  (feminino) e  $6,206028 \times 10^{-9}$  (masculino). Para a parametrização do processo iterativo, foram utilizados como valores iniciais ( $x_0$ ) os valores de  $\alpha$  iguais a  $7 \times 10^{-6}$  (feminino) e  $3 \times 10^{-5}$  (masculino), bem como valores de  $\beta$  iguais a 0,1 (feminino) e 0,09 (masculino). Os critérios de parada observaram um máximo de 50 iterações e tolerância igual a  $1 \times 10^{-8}$ .

Tabela 1 – Estatísticas do Modelo

Variável Dependente	AT2000 F	AT2000 M
$\alpha$	$7,039225 \times 10^{-6}$ *** ( $3,821707 \times 10^{-7}$ )	$3,268204 \times 10^{-5}$ *** ( $1,283808 \times 10^{-6}$ )
$\beta$	0,1066586 *** ( $6,897544 \times 10^{-4}$ )	0,09137051 *** ( $5,341783 \times 10^{-4}$ )
Números de Observações	116	116

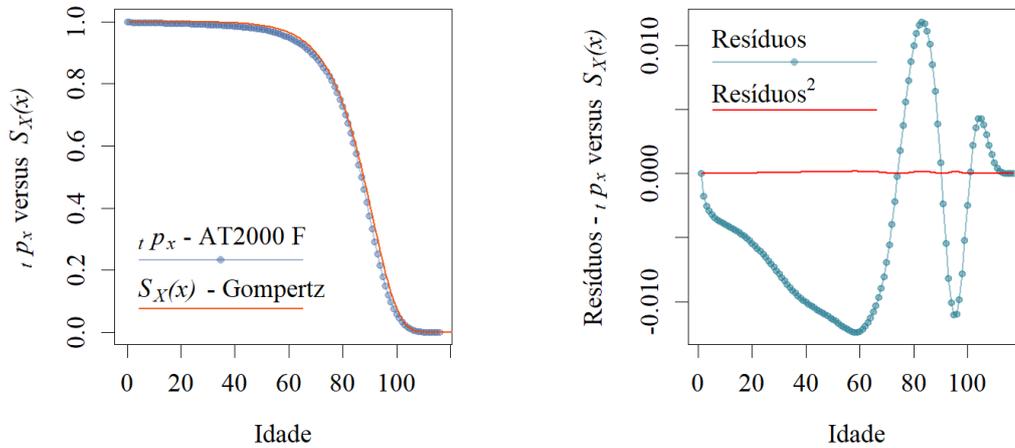
Nota: Erro padrão entre parênteses. \*\*\* Significativo a 1%. \*\* Significativo a 5%. \* Significativo a 10%.

Fonte: Elaboração própria.

A Figura 1 ilustra a aderência e os resíduos da aproximação feita para a AT2000 F, evidenciando o comportamento gráfico a partir da distribuição de Gompertz parametrizada

com os respectivos coeficientes. Registra-se que a AT2000 M, com soma de resíduo quadrático ligeiramente inferior, apresenta resultados análogos.

Figura 1 – Aderência e Resíduos a partir da Função de Sobrevivência – AT2000 F  
Aderência Resíduos



Fonte: Elaboração Própria.

#### 4. Resultados

Na Seção 4.1 são apresentados os resultados relativos à população simulada, como o tempo de vida futuro  $T_0$  e a expectativa de vida ao nascer  $\hat{e}_0$ . Já nas seções de 4.2 a 4.5, são apresentados os resultados de *MWR* para essa população em função de mudanças em variáveis relevantes como tábua de mortalidade, taxa de juros, idade de aposentadoria e sexo.

##### 4.1. População Simulada

Com base no apresentado na Seção 3, a Figura 2 apresenta a distribuição do tempo de vida futuro ao nascer ( $T_0$ ) da população simulada, abrangendo uma coorte de  $7,5 \times 10^6$  de indivíduos, de ambos os sexos e em proporções iguais. A partir da escala à esquerda, observa-se que os quantitativos das distribuições apresentadas no histograma encontram-se compatíveis com as probabilidades indicadas na escala à direita, dadas pela função densidade de probabilidade ( $f_X(x)$ ) apresentada na expressão (3).

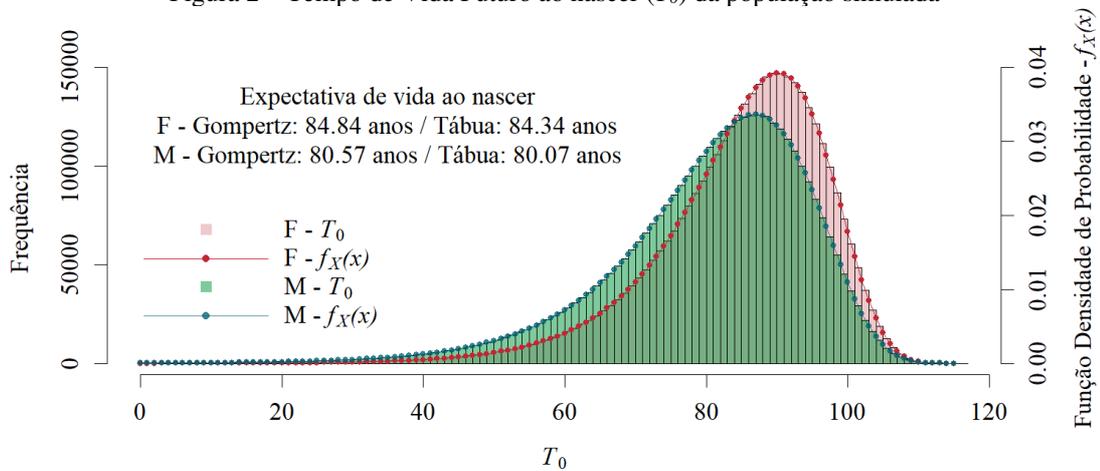
Os resultados evidenciam também a maior expectativa de vida da população feminina, com cauda à esquerda menos densa e com curtose mais afunilada. Traduzindo-se em números, a expressão (11) apresenta, conforme Lenart (2012), uma aproximação para a expectativa de vida ao nascer ( $\hat{e}_0$ ), a partir dos coeficientes estimados para a distribuição de Gompertz. O termo  $\gamma$  corresponde à constante de Euler-Mascheroni (aproximadamente 0,57722).

$$\hat{e}_0 \approx \frac{1}{\beta} e^{\frac{\alpha}{\beta}} \left( \frac{\alpha}{\beta} - \ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) - \gamma \right) \quad (11)$$

A expectativa de vida ao nascer ( $\hat{e}_0$ ), obtida a partir dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  estimados na Seção 3.3, apresenta um acréscimo de 0,5 ano em relação ao calculado com base na tábua de mortalidade geral AT2000. Conforme pontuado por Tolley, Barnes e Freeman (2016), desvios dessa ordem decorrem do fato de que os modelos paramétricos, como o apresentado na Seção 3.1, se ancoram em funções que “emprestam” informações entre diferentes idades, conferindo maior estabilidade aos resultados do modelo. Em oposição, modelos não paramétricos, como as tábuas de mortalidade e o método de Kaplan-Meier, se baseiam em informações tabuladas, podendo registrar padrões específicos em determinadas faixas etárias, especialmente naquelas em que há relativamente poucos registros, como é o caso de recém-nascidos e supercentenários. De maneira a verificar a estabilidade do modelo, especialmente para as faixas etárias que abrangem a população aposentável, na Figura 3 é apresentada uma

comparação, por percentil, dos resultados obtidos pela função distribuição acumulada ( $F_X(x)$ ) da distribuição de Gompertz e por sua correspondente na tábua de mortalidade ( $1 - {}_t p_x$ ).

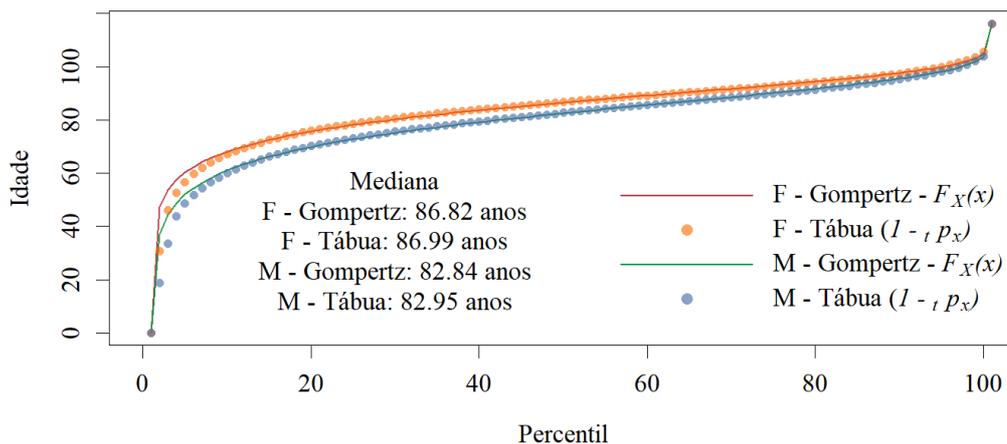
Figura 2 – Tempo de Vida Futuro ao nascer ( $T_0$ ) da população simulada



Fonte: Elaboração Própria.

Para ambos os sexos, desvios maiores do que dois anos são observados apenas até o sexto percentil, sendo que, de acordo com a tábua de mortalidade, esse ponto é alcançado aos 54,4 anos pela população masculina e aos 62,1 anos pela população feminina. A partir do décimo percentil, os desvios são sempre menores do que um ano. Ilustrando a convergência destes resultados, a população masculina alcança o 99º percentil aos 103,6 anos pela distribuição de Gompertz e aos 104 anos pela tábua. A população feminina alcança o mesmo percentil aos 104,6 e 105,4 anos, respectivamente. Considerando-se as idades mínimas de aposentadoria definidas pela Emenda Constitucional nº 103/2019 (65 anos para homens e 62 para mulheres), os desvios observados não comprometem a interpretação dos resultados. Ademais, eventuais imprecisões são inerentes às aproximações e são amplamente compensadas pelas propriedades computacionais da distribuição de Gompertz.

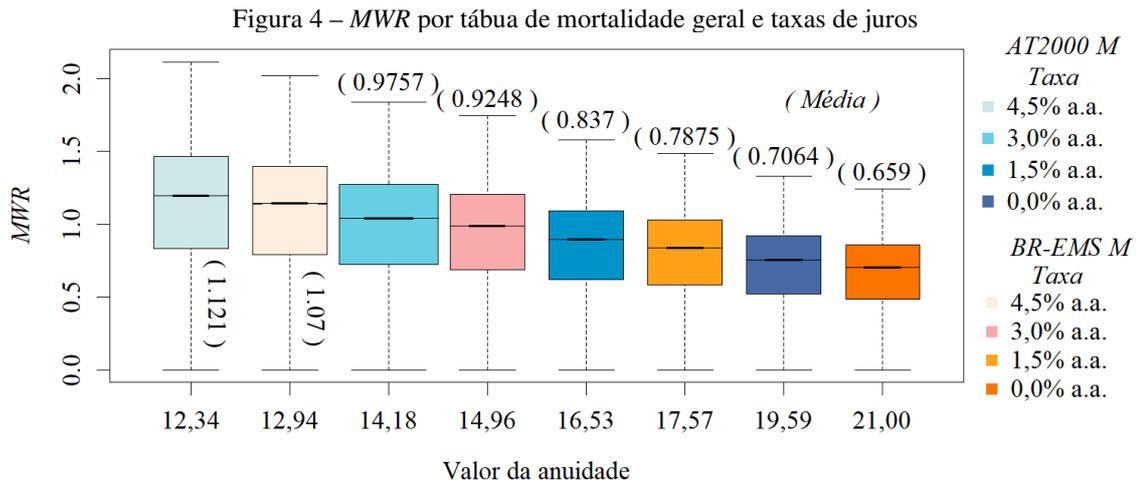
Figura 3 – Percentis – Distribuição de Gompertz versus Tábua de Mortalidade



Fonte: Elaboração Própria.

#### 4.2. MWR em função da tábua de mortalidade geral e da taxa de juros

A expectativa de sobrevivência ( $\dot{e}_x$ ) considerada para o cálculo da anuidade influencia significativamente o valor de  $MWR$ , conforme pode ser observado na Figura 4, que apresenta, em relação a um homem de 65 anos, os resultados das simulações realizadas com base nas tábuas de mortalidade geral AT2000 M e BR-EMSsb-V.2015 M, cujos valores para  $\dot{e}_{65}$  correspondem a 19,55 e 20,96 anos, respectivamente. Como referência, pela distribuição de Gompertz, a expectativa de vida desse mesmo indivíduo seria de 19,44 anos.



Fonte: Elaboração própria.

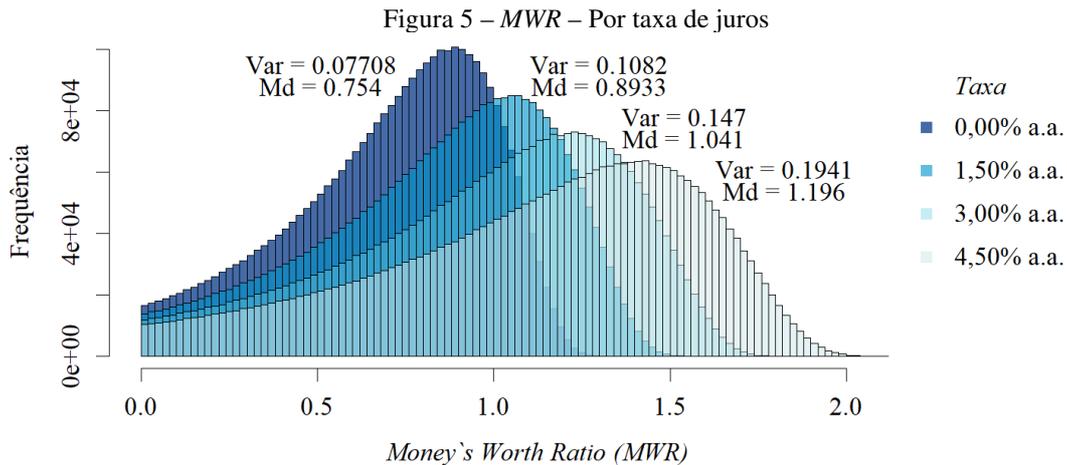
Comparativamente à BR-EMSsb-2015, se mantido constante o patamar de juros, as anuidades calculadas com base na AT2000 apresentam um *MWR* médio superior em aproximadamente 5,0 pontos percentuais. Traduzindo-se isso em termos de *RBA*, ao utilizarmos os valores das anuidades indicadas no eixo X da Figura 4 na expressão (6), para uma PMBaC de R\$ 1 milhão obtemos, em um cenário atuarialmente justo (AT2000 M e 3% ao ano, em destaque na figura), uma *RBA* de R\$ 70.521,86. Se trocarmos a AT2000 pela BR-EMSsb-2015, essa renda passa a ser 5,21% menor, caindo para R\$ 66.844,92.

Entretanto, a taxa de juros pode apresentar influência ainda maior. Partindo-se do cenário atuarialmente justo, se a taxa de juros passa a ser igual a zero, a *RBA* torna-se 27,62% menor, caindo para R\$ 51.046,45. Por outro lado, se a taxa de juros aumentar em 1,5 ponto percentual, o valor da *RBA* eleva-se em 14,91%, subindo para R\$ 81.037,28. Expressando essas variações em termos de *MWR*, para a AT2000 a variação média entre os patamares destacados foi de 16,64%. Interpolando essa média, o resultado indica que o *MWR* se eleva em aproximadamente 1,0315% a cada 0,1 ponto percentual adicional na taxa de juros.

Pelo fato de a simulação se basear na anuidade vitalícia fracionada em 12 parcelas anuais, e não na anuidade vitalícia postecipada ( $a_x$ ), o *MWR* observado para o cenário com premissas atuarialmente justas resultou em uma média ligeiramente inferior a 1. Isso evidencia o efeito da contrapartida do fracionamento do benefício, o qual deixa de ser pago somente ao final do período para ser pago de forma antecipada em parcelas mensais.

#### 4.3. *MWR* em função da taxa de juros

A partir dos resultados apresentados na Figura 4, a Figura 5 mostra a distribuição de *MWR* correspondente às quatro taxas de juros destacadas anteriormente, mantendo-se constante a idade de aposentadoria (65 anos), o sexo (masculino) e a tábua de mortalidade (AT2000 M). Os resultados evidenciam que o aumento na taxa de juros eleva a variância de *MWR*, partindo-se de 0,07708 no cenário com taxa igual a zero para 0,1941 no cenário de maior taxa. Esse movimento é acompanhado por assimetrias progressivamente negativas, com medianas ( $Md$ ) superiores às médias (vide Figura 4) e caudas à esquerda cada vez mais alongadas. A curtose, por sua vez, apresenta-se decrescente, com curvas cada vez mais achatadas. Dessa forma, um aumento na taxa de juros eleva sensivelmente a probabilidade de o indivíduo observar um *MWR* igual ou superior a 1, passando de 0,14 no cenário com taxa igual a zero para 0,649 no cenário com taxa igual a 4,5% ao ano. Com uma diferença de 58,7% entre as medidas de posição observadas nessas duas pontas, as diferenças absolutas se amplificam significativamente na medida em que o indivíduo se aproxima da idade limite de sobrevivência, que no caso dessa simulação seria de 116,7 anos.

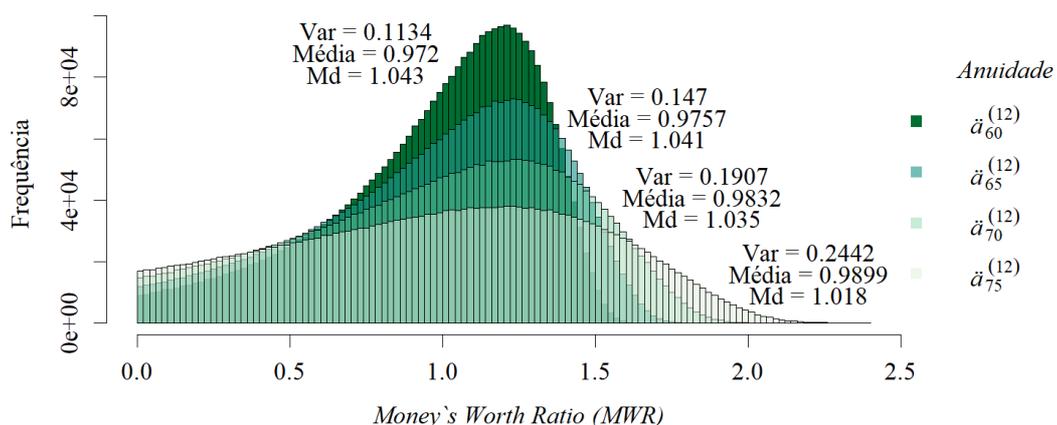


Fonte: Elaboração própria.

#### 4.4. *MWR* em função da idade de aposentadoria

Dada a importância do horizonte temporal para o *MWR*, na Figura 6 é apresentada a distribuição dos resultados referentes a quatro idades de aposentadoria, partindo-se dos 60 anos com incrementos de cinco anos, encerrando-se aos 75. Para as idades consideradas, quando da aposentadoria temos, a partir da tábua AT2000 M (e da distribuição de Gompertz), as seguintes expectativas de sobrevivida:  $e_{60} = 23,64$  (23,38),  $e_{65} = 19,55$  (19,44),  $e_{70} = 15,76$  (15,81) e  $e_{75} = 12,41$  (12,55). Todos os resultados referem-se ao sexo masculino, com o emprego da tábua de mortalidade AT2000 M e da taxa de juros de 3% ao ano. Os resultados mostram que um aumento na idade de aposentadoria eleva a média e a variância do *MWR*, enquanto a mediana se reduz. A assimetria à esquerda é, portanto, suavemente diminuída, ao mesmo tempo em que a curtose cai significativamente. Conforme pode ser observado pelas variações nas caudas à esquerda, nesse cenário com premissas atuarialmente justas a probabilidade de o indivíduo observar um *MWR* igual ou superior a 1 se reduz ligeiramente, passando de 0,55 aos 60 anos para 0,512 aos 75 anos. Por outro lado, na hipótese de o indivíduo se tornar o último sobrevivente da coorte, o *MWR* apurado será superior em 43,27% na hipótese de adiamento da aposentadoria em 15 anos, iniciando-se aos 75 anos.

Figura 6 – *MWR* por idade



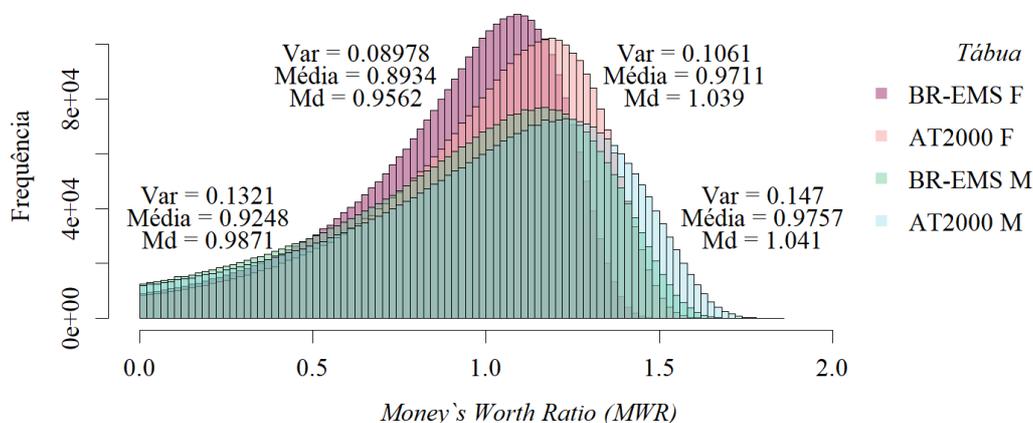
Fonte: Elaboração própria.

#### 4.5. *MWR* em função do sexo

Muito embora os padrões dos resultados apresentados nas Figuras 4, 5 e 6 também se apliquem à população feminina, a distribuição de *MWR* é influenciada também pelo sexo do indivíduo, conforme pode ser observado na Figura 7, uma vez que há diferenças significativas nas expectativas de sobrevivida. A esse respeito, para o sexo masculino e para o sexo feminino,

temos, respectivamente, de acordo com a AT2000 (e com a distribuição de Gompertz), valores iguais a 19,55 (19,44) e 20,96 (21,89) anos. Por sua vez, pela BR-EMSSb-V.2015, são obtidos valores iguais a 20,96 e 24,99 anos. É mantida constante a idade de aposentadoria (65 anos) e a taxa de juros (3% ao ano).

Figura 7 – MWR por sexo



Fonte: Elaboração própria.

Os resultados mostram que a média e a variância da população masculina são mais elevadas, de forma similar àquela observada na Seção 4.4, consoante com a menor expectativa de vida. A assimetria da distribuição da população feminina apresenta-se mais à direita, com cauda à esquerda mais leve, indicando uma menor probabilidade de que mulheres possam vir a perceber *MWR* inferiores a 0,5 (na média entre as duas tábuas, 0,113 contra 0,144). A curtose da população masculina, por sua vez, apresenta-se menor, com curvas mais achatadas, representando uma maior probabilidade de que homens percebam *MWR* superiores a 1,5 (na média entre as duas tábuas, 0,0323 contra 0,0021). Quanto à probabilidade de o *MWR* ser igual ou superior a 1, observa-se, em linha com as médias observadas, valores de 0,493 para a população feminina e 0,513 para a população masculina.

## 5. Considerações Finais

A essência do *Annuity Puzzle* reside na complexidade intrínseca às anuidades vitalícias, de modo que os indivíduos tendem a relutar quanto à sua contratação em decorrência da dificuldade em avaliá-las (Brown et al., 2013). Em um ambiente de incertezas, o indivíduo se vê diante de escolhas complexas cujas consequências envolvidas podem se desenrolar décadas após a decisão. Ilustrando esse formidável desafio, a avaliação de uma anuidade vitalícia exige que o indivíduo, a partir de uma análise quanto às suas prioridades futuras, pondere sobre fatores eminentemente aleatórios, como o seu tempo de vida futuro e a rentabilidade real dos investimentos que porventura decida administrar. Visando se apoiar em uma regra de bolso para a sua decisão, o indivíduo poderia recorrer à Lei Forte dos Grandes Números e pautar-se em sua expectativa de sobrevivência quando da aposentadoria, estabelecendo ainda uma meta de longo prazo para a rentabilidade dos recursos não anuitizados. Entretanto, muito embora o *Mortality Premium* possa conferir ligeira vantagem às anuidades vitalícias, os resultados obtidos a partir dessas médias podem não ser suficientes para reduzir a incerteza do indivíduo, uma vez que, ao menos pelo princípio de equivalência atuarial, os valores presentes dos benefícios poderiam ser próximos. Diante disso, de acordo com o preconizado por Davidoff et al. (2005), a decisão nesse caso observaria fundamentalmente as taxas de retorno entre as alternativas analisadas.

O indivíduo não estaria cometendo propriamente um equívoco ao utilizar tal critério para uma tomada de decisão. Entretanto, explorando esse quadro a partir de distribuições de probabilidades dos resultados de suas decisões, as análises poderiam ser mais sofisticadas,

pautando-se por elementos não deterministas. Exemplificando a pertinência de uma avaliação mais abrangente, a probabilidade de um homem de 65 anos sobreviver por ao menos outros 20 anos seria, com base na AT2000 M, de significativos 0,493. Supondo que esse indivíduo decida apenas reproduzir o benefício pago por uma anuidade vitalícia, retirando de sua *PMBC* os mesmos valores periódicos, ele só não depararia com os seus recursos praticamente esgotados aos 85 anos caso viesse a falecer antes ou lograsse êxito em obter uma rentabilidade superior à taxa de juros utilizada na anuidade imitada. Tal intento, contudo, demandaria possivelmente uma estratégia de investimentos agressiva, expondo o indivíduo a uma maior volatilidade, justamente em faixas etárias cujos horizontes temporais seriam mais estreitos, com o agravante de que o indivíduo estaria mais suscetível a déficits cognitivos inerentes ao processo de envelhecimento (Previtero, 2014). Diante de tal perspectiva, o indivíduo poderia optar por reduzir o valor de seu benefício periódico, prolongando a expectativa de duração dos seus recursos. Todavia, além das implicações decorrentes dos possíveis sacrifícios em seu nível de consumo, o risco dos recursos se esgotarem com o indivíduo ainda em vida persistiria, mesmo que em menor magnitude. Exemplificando, para o caso do indivíduo representativo citado, a probabilidade de sobrevivência após 35 anos seria de não negligenciáveis 0,042.

Apesar de as anuidades vitalícias terem por objetivo fundamental mitigar riscos (particularmente o de longevidade), sendo em essência seguros, não raro elas são percebidas como uma aposta, na qual o indivíduo se questiona se viverá o suficiente para ao menos recuperar seu investimento inicial (Benartzi et al., 2011). Com esse viés, o indivíduo avesso a risco tenderia a não participar dessa aposta, entendida dessa forma, optando por não anuitizar os seus recursos. Entretanto, paradoxalmente, nesse caso ele assumiria os riscos de outras três apostas: i) não irá sobreviver para além de sua expectativa de vida; ii) conseguirá obter uma rentabilidade que supere a anuidade vitalícia preterida; e iii) suas necessidades futuras de consumo serão atendidas mesmo diante eventuais reduções nos valores dos benefícios auferidos periodicamente.

Muito embora medidas de posição e dispersão sejam imprescindíveis, para que o indivíduo possa ter uma compreensão adequada quanto ao papel securitário das anuidades vitalícias, é pertinente evidenciar também os resultados correspondentes a cada uma das idades de óbito possíveis, de maneira que o indivíduo possa sopesar suas probabilidades desde a idade de aposentadoria até a idade em que não haverá mais sobreviventes na coorte. Com esse intuito, os resultados de *MWR* relativos às mudanças nas variáveis foram apresentados na forma de histogramas sobrepostos, de modo a permitir a visualização de sua distribuição, complementando assim as medidas de posição evidenciadas no *Boxplot* da Figura 4.

Os resultados apresentados na Seção 4 evidenciam que o *MWR* é afetado por fatores como o fracionamento anual, o sexo, a idade de aposentadoria, a tábua de mortalidade e a taxa de juros, sendo que estas duas últimas apresentam especial relevância. Por exemplo, enquanto para uma anuidade atuarialmente justa há probabilidade de aproximadamente 0,5 de o indivíduo recuperar ao menos o valor de seu investimento inicial, para uma anuidade com *MWR* médio de 0,8 essa probabilidade se reduz para aproximadamente 0,3. Diante de tal resultado, apesar de a teoria econômica não exigir que as anuidades sejam atuarialmente justas (Davidoff et al., 2005), os indivíduos que visualizam as anuidades vitalícias como uma alternativa de investimento tenderiam a não as contratar (Goedde-Menke et al., 2014). No caso do RPC brasileiro, em que as anuidades tendem a apresentar um *MWR* médio inferior à unidade, essa decorrência se mostra particularmente relevante, uma vez que, conforme apontam Campani et al. (2020), a previdência complementar é frequentemente enfatizada como uma alternativa de investimento. Por outro lado, se as anuidades vitalícias fossem vistas como um seguro, as expectativas quanto à recuperação do valor pago provavelmente perderiam relevância, de modo que os desvios em relação ao atuarialmente justo seriam mais

bem assimilados. Afinal, considerando-se a anuidade já mencionada, a probabilidade de o indivíduo recuperar ao menos 80% do valor pago seria de aproximadamente 0,55, enquanto a probabilidade de se recuperar 90% seria próxima a 0,42.

Retomando Modigliani (1986) e Benartzi et al. (2011), a decisão do indivíduo quanto à contratação de uma anuidade vitalícia não se encontra adstrita ao *framing effect*, de modo que outros aspectos (como a seleção adversa e o *bequest motive*) também apresentam papel relevante. Contudo, dada a complexidade do tema, o *MWR* se apresenta como uma métrica importante para a evidenciação dos resultados das projeções de retorno que as anuidades vitalícias poderiam proporcionar, favorecendo a adequada avaliação pelos indivíduos. Igualmente, as entidades de previdência e os órgãos reguladores poderiam utilizar o *MWR* para aprimorarem as suas estratégias de comunicação, evidenciando melhor os aspectos securitários das anuidades, de maneira a contornar os vieses cognitivos e comportamentais que possam levar a escolhas inadequadas e restringir a expansão do mercado de anuidades no Brasil (Goedde-Menke et al., 2014). Afinal, é importante que o RPC brasileiro seja capaz de proporcionar aposentadorias seguras aos seus participantes e assistidos. Entretanto, sem as anuidades vitalícias, dificilmente tal papel se materializará de forma adequada.

## 6. Referências

- Alexandrova, M., & Gatzert, N. (2019). What do we know about annuitization decisions? *Risk Management and Insurance Review*, 22(1), 57–100. doi: <https://doi.org/10.1111/rmir.12115>.
- Assaf Neto, A. (2006). *Matemática financeira e suas aplicações* (9th ed.). Atlas.
- Barr, N., & Diamond, P. (2006). The economics of pensions. *Oxford Review of Economic Policy*, 22(1), 15–39. doi: <https://doi.org/10.1093/oxrep/grj002>.
- Benartzi, S., Previtore, A., & Thaler, R. H. (2011). Annuitization puzzles. *Journal of Economic Perspectives*, 25(4), 143–164. <https://doi.org/10.1257/jep.25.4.143>.
- Borges, B., & Pessoa, S. (2019). *Os determinantes do juro de equilíbrio brasileiro em 2001-2019*. 1–19. (Trabalho não publicado).
- Bowers Jr, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). *Actuarial Mathematics* (2nd ed.). Society of Actuaries.
- Brown, J. R., Kapteyn, A., Luttmer, E. F. P., & Mitchell, O. S. (2013). Complexity as a barrier to annuitization: Do Consumers Know How to Value Annuities. *SSRN Electronic Journal*, March, 1–50. doi: <https://doi.org/10.2139/ssrn.2357370>.
- Bütler, M., & Teppa, F. (2007). The choice between an annuity and a lump sum: results from Swiss pension funds. *Journal of Public Economics*, 91(10), 1944–1966. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2007.09.003>.
- Campani, C. H., Costa, T. R. D., Martins, F. G. L., & Azambuja, S. de. (2020). Planos PGBL e VGBL e previdência privada: uma análise do mercado brasileiro. *Sociedade, Contabilidade e Gestão*, 15(1), 1–20. doi: [https://doi.org/10.21446/scg\\_ufrj.v0i0.18360](https://doi.org/10.21446/scg_ufrj.v0i0.18360).
- Casassus, J., & Walker, E. (2013). Adjusted Money's Worth Ratios in life annuities. *Documentos de Trabajo - Pontificia Universidad Católica de Chile*, 434, 53 Recuperado de <https://bit.ly/3oZfrbx>.
- Chalmers, J., & Reuter, J. (2012). How do retirees value life annuities? Evidence from public employees. *Review of Financial Studies*, 25(8), 2601–2634. doi: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhs057>.
- Chen, Z. (1997). Parameter estimation of the Gompertz population. *Biometrical Journal*, 39(1), 117–124. doi: <https://doi.org.ez67.periodicos.capes.gov.br/10.1002/bimj.4710390111>.
- Choi, J. J., Laibson, D., Madrian, B. C., & Metrick, A. (2003). Optimal defaults. *American Economic Review*, 93(2), 180-185. doi: <https://doi.org/10.1257/000282803321947010>.

- Davidoff, T., Brown, J. R., & Diamond, P. A. (2005). Annuities and individual welfare. *American Economic Review*, 95(5), 1573–1590. doi: <https://doi.org/10.1257/000282805775014281>.
- De Villiers-Strydom, J., & Krige, N. (2014). Comparing South African annuity options at retirement. *Journal of Economic and Financial Sciences*, 7(2), 433–450. doi: <https://doi.org/10.4102/jef.v7i2.149>.
- Dickson, D. C. M., Hardy, M. R., & Waters, H. R. (2009). *Actuarial mathematics for life contingent risks* (1st ed.). Cambridge University Press.
- Dus, I., Maurer, R. H., & Mitchell, O. S. (2005). Betting on death and capital markets in retirement: a shortfall risk analysis of life annuities versus phased withdrawal plans. *Financial Services Review*, 14(3), 169–196. Recuperado de <http://bit.ly/37ngSKZ>.
- Goedde-Menke, M., Lehmensiek-Starke, M., & Nolte, S. (2014). An empirical test of competing hypotheses for the annuity puzzle. *Journal of Economic Psychology*, 43, 75–91. doi: <https://doi.org/10.1016/j.joep.2014.04.001>.
- Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 115, 513–583. Recuperado de <https://bit.ly/3ntmaKu>.
- Holzmann, R., Hinz, R. P., & Dorfman, M. (2008). Pension systems and reform conceptual framework. In *World Bank SP Discussion Paper* (No. 0824; Social Protection Discussion Paper, Issue 0824). Recuperado de <http://bit.ly/3gSAhXt>.
- Horneff, W. J., Maurer, R. H., Mitchell, O. S., & Dus, I. (2008). Following the rules: integrating asset allocation and annuitization in retirement portfolios. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(1), 396–408. doi: <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2007.04.004>.
- Hu, W. Y., & Scott, J. S. (2007). Behavioral obstacles in the annuity market. In *Financial Analysts Journal* (Vol. 63, Issue 6). doi: <https://doi.org/10.2469/faj.v63.n6.4928>.
- Humes, A. F. P. de C., Melo, I. S. H., Yoshida, L. K., & Martins, W. T. (1984). *Nocões de Cálculo Numérico* (p. 201). McGraw-Hill.
- International Actuarial Association (IAA). (2013). *Discount rates in financial reporting: a practical guide*. Ottawa, ON.
- Kimura, R. Y. (2019). *Definição dos limites da premissa de taxa de retorno real para planos de previdência complementar utilizando o modelo HJM* (Dissertação de Mestrado). Rio de Janeiro, RJ: Fundação Getúlio Vargas. Recuperado de <https://bit.ly/3h018AF>.
- Lee, K. (2016). Analysis of payout choice from individual deferred annuities in Korea. *Journal of Pension Economics and Finance*, 15(2), 224–248. doi: <https://doi.org/10.1017/S1474747214000183>.
- Lenart, A. (2012). The Gompertz distribution and Maximum Likelihood Estimation of its parameters - a revision. *MPDIR Working Papers*, 49, 0–19. doi: <https://doi.org/10.4054/MPIDR-WP-2012-008>.
- Milevsky, M. A. (1998). Optimal asset allocation towards the end of the life cycle: to annuitize or not to annuitize? *The Journal of Risk and Insurance*, 65(3), 401–426. doi: <https://doi.org/10.2307/253657>.
- Milevsky, M. A. (2001). Optimal annuitization policies: analysis of the options. *North American Actuarial Journal*, 5(1), 57–69. doi: <https://doi.org/10.1080/10920277.2001.10595953>.
- Milevsky, M. A., & Young, V. R. (2007). The timing of annuitization: investment dominance and mortality risk. *Insurance: Mathematics and Economics*, 40(1), 135–144. doi: <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2006.03.005>.
- Ministério da Economia. (2020a). *Boletim Estatístico da Previdência Social*, 25(2).

- Recuperado de <https://bit.ly/3r7ozwD>.
- Ministério da Economia. (2020b). *Relatório Gerencial de Previdência Complementar*. Recuperado de <https://bit.ly/37qzEkT>.
- Mitchell, O. S., Poterba, J. M., & Warshawsky, M. J. (1999). New evidence on the Money's Worth of individual annuities. *American Economic Review*, 89(5), 1299–1319. doi: <https://doi.org/10.1257/aer.89.5.1299>.
- Modigliani, F. (1986). Life cycle, individual thrift, and the wealth of nations. *The American Economic Review*, 76(3), 297–313. Recuperado de <https://bit.ly/34kxYYe>.
- Pishro-Nik, H. (2014). *Introduction to probability, statistics, and random processes*. Kappa Research, LLC. Recuperado de <http://bit.ly/3aj0gGj>.
- Poterba, J., Venti, S., & Wise, D. (2011). The composition and drawdown of wealth in retirement. *Journal of Economic Perspectives*, 25(4), 95–118. doi: <https://doi.org/10.1257/jep.27.4.219>.
- Previtero, A. (2014). Stock market returns and annuitization. *Journal of Financial Economics*, 113(2), 202–214. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.04.006>.
- Salisbury, L. C., & Nenkov, G. Y. (2016). Solving the annuity puzzle: the role of mortality salience in retirement savings decumulation decisions. *Journal of Consumer Psychology*, 26(3), 417–425. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcps.2015.10.001>.
- Schreiber, P., & Weber, M. (2016). Time inconsistent preferences and the annuitization decision. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 129, 37–55. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2016.06.008>.
- Shu, S. B., Zeithammer, R., & Payne, J. W. (2016). Consumer preferences for annuity attributes: Beyond net present value. *Journal of Marketing Research*, 53(2), 240–262. doi: <https://doi.org/10.1509/jmr.13.0004>.
- Sutcliffe, C. (2015). Trading death: the implications of annuity replication for the annuity puzzle, arbitrage, speculation and portfolios. *International Review of Financial Analysis*, 38, 163–174. doi: <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2014.10.010>.
- Tolley, H. D., Barnes, J. M., & Freeman, M. D. (2016). Survival Analysis. In *Forensic Epidemiology: Principles and Practice* (pp. 261–284). Elsevier Inc. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-404584-2.00010-0>.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5(4), 297–323. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00122574>.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1953). *Theory of games and economic Behavior*. Princeton University Press.
- Wilson, D. L. (1994). The analysis of survival (mortality) data: fitting Gompertz, Weibull, and logistic functions. *Mechanisms of Ageing and Development*, 74(1–2), 15–33. doi: [https://doi.org/10.1016/0047-6374\(94\)90095-7](https://doi.org/10.1016/0047-6374(94)90095-7).
- Wu, J. W., Hung, W. L., & Tsai, C. H. (2004). Estimation of parameters of the Gompertz distribution using the least squares method. *Applied Mathematics and Computation*, 158(1), 133–147. doi: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2003.08.086>.
- Yaari, M. E. (1965). Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer. *The Review of Economic Studies*, 32(2), 137. doi: <https://doi.org/10.2307/2296058>.